

TEMAS DE REPASO

ARITMÉTICA

TEMA 1

OPERACIONES FUNDAMENTALES

Definición. - La aritmética es aquella rama de las ciencias matemáticas que se encarga del estudio de los números y las operaciones que se realizan con ellos: suma, resta, multiplicación y división.

Operaciones básicas

Sumas y restas

Signos iguales se suman y llevan el mismo signo.

Ejemplos:

$$1) +3 + 8 = +11$$

$$2) -9 - 7 = -16$$

Signos distintos se restan del mayor y lleva el signo del mayor.

Ejemplos:

$$1) -2 + 10 = +8$$

$$2) 5 - 14 = -9$$

Operaciones combinadas de suma y resta

Ejemplo:

Realizar las operaciones indicadas

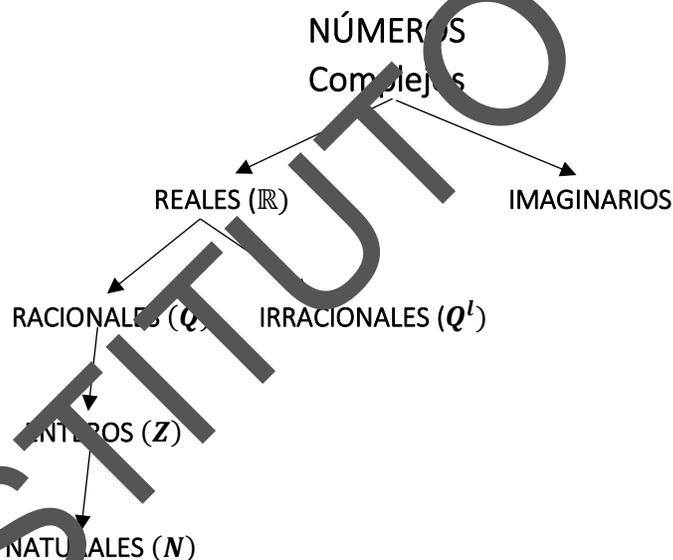
$$1) -2 - 5 + 1 + 3 - 10 - 4 - 5 + 3 + 2 - 0 + 8 = -9$$

Dentro de los números reales generalmente identificados con la letra \mathbb{R} , se encuentran los números racionales que se denota con la letra Q y los irracionales Q^I . Los racionales son aquellos que se pueden escribir como una fracción, por otro lado los irracionales no se pueden escribir como una fracción como por ejemplo el número π (3,141592.....) o el número e (2,718281...) O la raíz cuadrada de 2 ($\sqrt{2} = 1,414213 \dots$).

Dentro de los números racionales se encuentran, los números enteros Z y dentro los enteros, los naturales N . Los números enteros abarcan todos los números enteros ya sea negativos o positivos desde $-\infty$, $+\infty$. Los naturales son los enteros positivos desde 1 hasta $+\infty$.

$$Z = \{ \dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots \}$$

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots \}$$



Números primos

Se dice que un número natural es primo si tiene solo dos divisores: el número 1 y él mismo.

Los números primos del 1 al 30 son: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29

Mínimo Común Múltiplo (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo (abreviado m.c.m.) de dos o más números naturales es el menor múltiplo común de todos ellos.

Determinación del mínimo común múltiplo

Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números debemos de descomponer el número en factores primos.

Ejemplo:

Determinar el mínimo común múltiplo de 20 y 70

20	70		2
10	35		2
5	35		5
1	7		7
1	1		

Entonces el m.c.m. es: $2 \times 2 \times 5 \times 7 = 140$

140 es el menor número que divide exactamente a 20 y a 70

Máximo Común Divisor (M.C.D.)

Se define el máximo común divisor (abreviado M.C.D) de dos o más números enteros al mayor número entero que los divide sin dejar residuo alguno.

Determinación del máximo común divisor

Método abreviado

Para hallar el M.C.D. de dos o más números por el método abreviado, consiste en descomponer los números, de manera simultánea, en factores primos comunes únicamente.

El máximo común divisor será el producto de sus factores comunes.

Ejemplo:

Determinar el máximo común divisor de 100 y 70

100	70		2
50	35		5
10	7		

Entonces el M.C.D. es: $2 \times 5 = 10$

El número 10 es el mayor número posible, donde los números 100 y 70, dividen a este número exactamente.

Problemas con m.c.m y M.C.D.

Ejemplos:

a) Tres corredores salen del mismo punto y dan vueltas alrededor de una pista circular, el primero da una vuelta cada 3 minutos, el segundo da una vuelta cada 5 minutos y el tercero da una vuelta cada 8 minutos. ¿Después de que tiempo los tres corredores pasan por el punto de partida juntos?

Simply se debe calcular el mínimo común múltiplo de los tres corredores:

$$m.c.m. = 120$$

Lo que significa que los corredores se encuentran en el punto de partida luego de 120 minutos.

b) Se tienen envases de 500, 380 y 460 litros de capacidad, se quiere llenar bidones pequeños de máxima capacidad de manera que no sobre líquido. ¿De qué capacidad deben ser estos bidones pequeños? ¿Cuántos bidones se pueden llenar?

Para determinar la capacidad máxima de los bidones se debe calcular el máximo común divisor.

Se descomponen los números 500, 380 y 460.

500		2	380		2	460		2
250		2	190		2	230		2
125		5	95		5	115		5
25		5	19		19	23		23
5		5	1		1	1		1
1								

$$500 = 2^2 \cdot 5^3$$

$$380 = 2^2 \cdot 5 \cdot 19$$

$$460 = 2^2 \cdot 5 \cdot 19$$

Para determinar el M.C.D. se escogen los números que se encuentran en las tres descomposiciones con su menor potencia. En este caso 2^2 y 5.

$$M.C.D. = 2^2 \cdot 5 = 20$$

Entonces la capacidad de cada bidón pequeño es de 20 litros.

Para determinar cuántos bidones se pueden llenar se debe dividir la capacidad de los envases entre 20.

$$\frac{500}{20} = 25 \text{ bidones} \quad \frac{380}{20} = 19 \text{ bidones} \quad \frac{460}{20} = 23 \text{ bidones}$$

$$\text{Total de bidones } 25 + 19 + 23 = 67$$

A TOMAR EN CUENTA

Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor de números.

El **Mínimo Común Múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números naturales, es el menor número común de todos ellos.

Ejemplo: Determinar el m.c.m. de los números 120, 360 y 270

Se descomponen los 3 números:

120	360	270	2	Mitad	m.c.m. $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$
60	180	135	2	Mitad	
30	90	135	2	Mitad	
15	45	135	3	Tercera	
5	15	45	3	Tercera	
5	5	15	3	Tercera	
5	5	5	5	Quinta	
1	1	1	1		

El **Máximo Común Divisor (M.C.D.)** de dos o más números naturales, es el mayor número natural por el que se pueden dividir estos números.

Ejemplo: Determinar el M.C.D. de los números 360, 252 y 240

Se descomponen los tres números por separado:

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

Para determinar el M.C.D. se escogen los números que estén en las tres descomposiciones con la menor potencia, en este caso el número 2 se encuentra en los tres y su menor potencia es 2^2 , el número 3 también se encuentra en las tres descomposiciones y su menor exponente es 3.

Entonces el **M.C.D. = $2^2 \cdot 3 = 12$**

Signos de agrupación

Los **signos de agrupación** son elementos que definen el orden en el que se realizará cualquier operación matemática. Los signos de agrupación son $()$, $[\]$, $\{ \}$, $| \ |$.

$()$, $[]$, $\{ \}$, $| \ |$

Ejemplo:

Realizar las operaciones indicadas

$$1) -\frac{1}{2} - \left[-3 - \left(2 - 1\frac{1}{3} \right) \right] = \frac{19}{6}$$

$$-\frac{1}{2} - \left[-3 - 2 + \frac{4}{3} \right]$$

$$-\frac{1}{2} + 3 + 2 - \frac{4}{3}$$

Cuando existe un signo negativo delante de un signo de agrupación, los términos dentro del signo de agrupación cambian de signo.